

SPOJ Problem Set (trudne)

1357. Osie symetrii

Problem code: SYMAXIS

Dla danego zbioru punktów P na płaszczyźnie, odwzorowanie różnowartościowe $f: P \rightarrow P$ nazywamy symetrią lustrzaną, jeżeli wszystkie odcinki o końcach $(p, f(p))$ mają wspólną symetralną, zwaną osią symetrii. Należy wyznaczyć osie symetrii odpowiadające wszystkim symetriom lustrzanym zbioru P .

Wejście

Wejście rozpoczyna się od liczby punktów n ($2 \leq n \leq 10^5$). W kolejnych n liniach podane są przybliżone* współrzędne x_i, y_i poszczególnych punktów ze zbioru P ($-1000 < x_i, y_i < 1000$).

Wyjście

W pierwszej linii należy podać współrzędne x, y środka ciężkości zbioru, tj. $x = (x_1 + \dots + x_n)/n$, $y = (y_1 + \dots + y_n)/n$. W kolejnych liniach należy wypisać wartości kątów a_i tworzonych przez poszczególne osie symetrii z osią OX ($0 < a_i \leq [IMAGE]$), uporządkowane rosnąco. Dopuszczalny błąd bezwzględny wypisywanych wartości, modulo $[IMAGE]$, wynosi 10^{-6} .

* **Uwaga.** Należy przyjmować, że symetria lustrzana występuje, jeżeli można ją dokładnie osiągnąć po skorygowaniu każdej z wartości x_i, y_i o nie więcej niż pewną wartość graniczną e . Dane testowe są dobrane w taki sposób, że poprawny wynik uzyskuje się dla dowolnej wartości e , $10^{-9} < e < 10^{-6}$.

Przykład

Wejście:

```
10
0.0000000000 10.0000000000
9.5105651630 3.0901699437
5.8778525229 -8.0901699437
-5.8778525229 -8.0901699437
-9.5105651630 3.0901699437
11.7557050458 -16.1803398875
-11.7557050458 -16.1803398875
-19.0211303259 6.1803398875
0.0000000000 20.0000000000
19.0211303259 6.1803398875
```

Wyjście:

```
0.0000000000 0.0000000000
0.3141592654
0.9424777961
1.5707963268
2.1991148575
2.8274333882
```

Materiał pomocniczy

Graficzny framework do wizualizacji rozwiązań zadania by Rush. Wymagane gcc + SDL.

Walkthrough

Łatwiejszy sposób, złożoność $O(n^2 \log n)$, max. ok. 8 pkt.

1. Korzystając z podanej definicji, znajdujemy środek ciężkości zbioru. Odejmujemy współrzędne środka ciężkości od współrzędnych wszystkich punktów. Teraz wszystkie osie symetrii przechodzą przez punkt (0,0). Jeżeli punkt bardzo bliski (0,0) występuje w zbiorze, pomijamy go, zmniejszając n o 1.
2. Dla każdego j , $1 \leq j \leq n$, sprawdzamy, czy linia prosta będąca symetralną odcinka (p_1, p_j) i przechodząca przez punkt (0,0) jest osią symetrii zbioru punktów. W tym celu wyznaczamy jej kąt nachylenia względem osi OX, obracamy zbiór punktów o ten kąt względem punktu (0,0), i sprawdzamy, czy oś OX jest (w przybliżeniu) osią symetrii obróconego zbioru. Jeżeli tak, wypisujemy wspomniany kąt nachylenia osi symetrii do OX.

Nieco dłuższy sposób, złożoność $O(n \log n)$, max. 12 pkt.

1. Patrz powyżej, punkt 1.
2. Sortujemy punkty po odległościach względem punktu (0,0). Dzielimy zbiór punktów na rozłączne podzbiory leżące (w przybliżeniu) na okręgach o środku (0,0). Następnie wszystkie te podzbiory rozpatrujemy osobno, wyznaczając ich osie symetrii; prosta jest osią symetrii całego zbioru wtedy i tylko wtedy, gdy jest osią symetrii wszystkich rozważanych podzbiorów. Oś symetrii zbioru jako przekrój zbiorów osi symetrii dla wszystkich okręgów.
3. Procedura wykrywania osi symetrii zbioru punktów leżących na okręgu.
 1. Obliczamy odległości (najlepiej kątowe) pomiędzy sąsiednimi punktami.
 2. Wykrywamy te odległości, które są w przybliżeniu identyczne. Nadajemy różnym wartościom odległości etykiety liczbowe (np. $1, \dots, k$) i dalej korzystamy już tylko z tych etykiet.
 3. Odczytujemy ciąg etykiet na okręgu zgodnie z ruchem wskazówek zegara (S) i przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (S^T). Każde wystąpienie S^T jako podciągu w ciągu $S \cdot S$ (S sklejone z S) definiuje jedną oś symetrii.

Wyznaczanie osi symetrii na okręgu poprzez dopasowanie ciągów. (źródło rysunków)

Przy rozwiązywaniu pojawia się problem identyfikacji prawie identycznych wartości. Przydatna tu może być intuicja klas abstrakcji z zadania SIMREL ($k=10^{-9}$).

Added by: Adrian Kosowski

Date: 2007-03-03

Time limit: 1s-3s

Source limit:50000B

Languages: All except: ERL TECS JS

Resource: PAL 2007